



## การศึกษาเชิงตัวเลขสองมิติแบบสมมาตรตามแกนของการไหลของเลือด ผ่านหลอดเลือดตีบและหลอดเลือดที่ใส่ขดลวด

กุลยา กนกจาร์วิจิตร<sup>a\*</sup>, จิรศักดิ์ ศิริโกคาร์ตนา<sup>b</sup> และภาณุ พุทธวงศ์<sup>a</sup>

### Numerical Study of Two-dimensionally Axi-symmetric Blood Flow Through an Occluded Vessel and a Stented Vessel

Koonlaya Kanokjaruvijit<sup>a\*</sup>, Jirasak Siripokarattana<sup>b</sup> and Panu Putthawong<sup>a</sup>

<sup>a</sup>ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

<sup>b</sup>คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ วิทยาเขตระยอง

\* Corresponding author. Email address: koonlayak@nu.ac.th

#### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดสองมิติสมมาตรตามแกนด้วยกระบวนการไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยแสดงผลในรูปของความเค้นเฉือนที่ผนังหลอดเลือดและการกระจายความเร็ว โดยสมมติให้หลอดเลือดเป็นรูปทรงกระบอกที่มีผนังเกร็ง และการไหลมี  $Re = 270$  เริ่มจากการศึกษาหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับการไหลของเลือด 3 แบบจำลอง ได้แก่ Newtonian, Carreau-Yasuda และ Casson แล้วจึงเปรียบเทียบกับผลการทดลองการไหลของเลือดจริงจากรวรรณกรรมปริทรรศน์ พบว่าแบบจำลอง Casson ให้ผลใกล้เคียงกับผลการทดลองมากที่สุด จากนั้นพิจารณาการไหลผ่านหลอดเลือดตีบที่ระดับต่างๆ ตั้งแต่ 0 ถึง 80% แล้วรายงานผลการคำนวณในรูปของความเค้นเฉือนที่ผนังและโปรไฟล์ความเร็วพบ Flow Separation เกิดขึ้นอย่างชัดเจน สำหรับระดับความตีบ 50% ขึ้นไป และสุดท้ายวิเคราะห์เพื่อหาความเค้นเฉือนที่ผนังจากการไหลของเลือดผ่านขดลวดที่ใช้รักษาการตีบของหลอดเลือดที่มีรูปร่างของหน้าตัดและระยะพิชต์ต่างๆ ซึ่งได้แก่ แบบสปริง แบบสปริงที่ลวดมีพื้นที่หน้าตัดเป็นครึ่งวงกลม แบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า และ NIR<sup>®</sup> ซึ่งรูปร่างคล้ายปีกนก พบว่า แบบ NIR<sup>®</sup> ซึ่งมีระยะพิชต์ต่ำที่สุดให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังที่สม่ำเสมอที่สุดในขณะที่ขดลวดที่มีระยะพิชต์สูง เช่น สปริงที่ลวดมีพื้นที่หน้าตัดเป็นครึ่งวงกลมและแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังที่ไม่สม่ำเสมออย่างเห็นได้ชัด ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่ออาการกลับมาตีบของหลอดเลือดหลังการรักษาได้

**คำสำคัญ:** หลอดเลือด แบบจำลองคัสสัน การไหลของเลือด การตีบของหลอดเลือด ขดลวด

#### Abstract

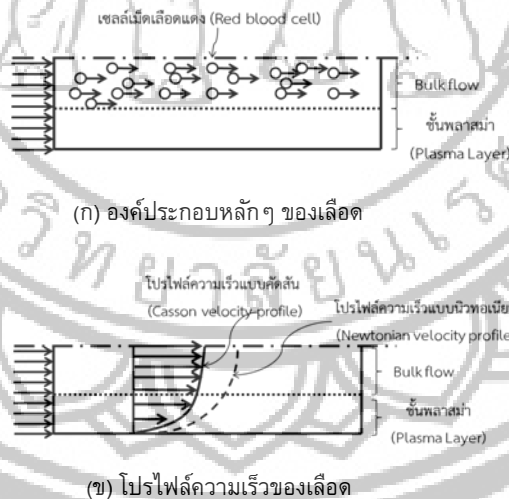
The present study aims to numerically investigate a blood flow through a two-dimensionally axi-symmetric vessel using a finite element method. Values of wall shear stress and velocity distributions are reported. An assumption of rigid wall with Reynolds number of 270 was made. Three mathematical models for blood flow were tested: Newtonian, Carreau-Yasuda and Casson, and their velocities were compared to those obtained from literature. The Casson model gave the closest results to the experimental ones. Next, levels of stenosis in the range of 0 to 80% were examined. Flow separation and back flow downstream of the stenosed site were found for the level of 50% or higher. Finally, flows through stented vessels with four different types of stents was carried out: spring with a circular cross section, spring with a semicircular cross section, slotted tube and NIR<sup>®</sup>. The latter two stents have rectangular cross sections. Flow separation and back flow occurred downstream of each strut in all stents causing low wall shear stress, which could lead to restenosis.

**Keywords:** Blood vessel, Casson, Hemodynamics, Stenosis, Stent

### บทนำ

โรคหลอดเลือดหัวใจตีบ (Atherosclerosis) เป็นปัญหาที่พบมากในปัจจุบัน ด้วยสาเหตุที่มีเนื้อเยื่อประเภทไขมันผสมกับพังผืด กล้ามเนื้อ เม็ดเลือดขาว และอื่น ๆ มาจับตัวกันเป็นแผ่นหนูน และแข็งกว่าปกติ (Plaque) อยู่ทั่วไปตามผนังชั้นในของหลอดเลือดที่เลี้ยงหัวใจ ทำให้หลอดเลือดมีผนังค่อนข้างหนา และแข็งกว่าปกติ ทำให้เลือดไหลไม่สะดวกจึงส่งผลให้ กล้ามเนื้อหัวใจส่วนที่เลี้ยงโดยหลอดเลือดนั้นได้รับเลือดไม่เพียงพอ เกิดภาวะกล้ามเนื้อหัวใจขาดเลือด ทำให้เกิดอาการต่าง ๆ เช่น แน่นหน้าอก เหนื่อยหอบ เป็นต้น นักวิจัยในหลายๆ สาขาจึงทำการศึกษากาการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดอย่างแพร่หลาย ดังเช่น (Ang, & Mazumdar, 1997, pp. 19-29) ได้ศึกษาการไหลผ่านหลอดเลือดที่ตีบด้วยแบบจำลอง 3 มิติ และใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์วอลุ่ม (Finite Volume Method) โดยกำหนดให้ของไหลที่ศึกษา เป็น นิวทอนเนียน ( $\tau = -\mu \frac{du}{dr}$ ) พบว่าบริเวณผนังที่ตีบจะเกิดความเค้น

เฉือนสูงกว่าบริเวณที่เป็นปกติ (Totorean, Vinatu, Bernad, & Susan-Resiga, 2009, pp. 49-56) ศึกษาแบบจำลองการตีบของหลอดเลือดแบบ 2 มิติ ด้วยระเบียบวิธีทางไฟไนต์วอลุ่ม โดยสมมติให้เลือดประพฤติตนตามแบบจำลองนิวทอนเนียนเช่นกัน พบว่าอัตราเร็วของการไหลของเลือดแปรผันตรงกับความเค้นเฉือนที่ผนัง พวกเขาระบุสาเหตุที่ใช้แบบจำลองนิวทอนเนียนว่าเนื่องจากเลือดประกอบไปด้วยน้ำ (พลาสมา) เป็นองค์ประกอบหลักถึง 60% และส่วนประกอบอื่นๆ เช่น เซลล์เม็ดเลือดแดง เกร็ดเลือด และอื่นๆ อีกประมาณ 40% ดังรูปที่ 1(ก) อย่างไรก็ตาม แบบจำลองนิวทอนเนียนมีข้อผิดพลาดคือการสมมติให้เลือดเป็นของไหลเนื้อเดียวกัน จึงทำให้โปรไฟล์ความเร็วมีลักษณะเป็นพาราโบลาทั้งในชั้นของพลาสมาและชั้นของ Bulk Flow ดังแสดงในรูปที่ 1(ข) แต่ในความเป็นจริงนั้นเลือดมีส่วนประกอบอื่นปะปน จึงมีผู้คิดหาแบบจำลองใหม่ขึ้นมาเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว เพื่อให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายได้ใกล้เคียงกับพฤติกรรมของการไหลของเลือดดีกว่าแบบจำลองนิวทอนเนียน



รูปที่ 1 แนวคิดของการไหลของเลือด

Yasuda (1979) เสนอแบบจำลอง Carreau-Yasuda ดังนี้

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty})(1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{(n-1)/2}$$

โดยแบบจำลองนี้มีข้อดีกว่าแบบจำลองนิวทอนเนียน ตรงที่สามารถแสดงความเค้นเฉือนบริเวณใกล้ๆ ชั้นที่อยู่ติดกับผนังหลอดเลือด และมีตัวแปรบางตัวที่ครอบคลุมถึงส่วนประกอบอื่นๆ ของเลือดได้ดีกว่าแบบจำลองนิวทอนเนียน ดังนั้น จึงมีผู้

ทำการศึกษากาการไหลของเลือดโดยใช้แบบจำลอง Carreau-Yasuda กันอย่างแพร่หลาย เพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมกาการไหลของเลือดผ่านผนังที่ตีบ พบว่า อัตราการไหลของเลือดที่เพิ่มขึ้นมีผลให้ความเค้นเฉือนในบริเวณที่ตีบเพิ่มขึ้นและค่าสัมประสิทธิ์ความดัน ( $C_p$ ) ลดลงเมื่อเลขเรย์โนลด์เพิ่มขึ้น (Banerjee, Back, Back, & Cho, 2000, pp. 310-320) การเกิดกระแสมวนวนเป็น



เหตุให้เกิดความเค้นเฉือนสูงที่ผนังท่อ (Ben-Mansour, Badr, Qaiyum Shaik, & Maalej, 2008, pp. 529-550) (Tang, Yang, Kobayashi, Zheng, & Vito, 2003, pp. 1182-1193) นอกจากนี้ขนาดของการตีบยังส่งผลกระทบต่อความดัน โปรไฟล์ความเร็วและความเค้นเฉือนที่ผนังด้วย (Amornsamankul, Wiwatanapataphee, Wu, & Lenbury, 2005, pp. 42-46)

อย่างไรก็ดี แบบจำลอง Carreau-Yasuda มีผลคลาดเคลื่อนจากพฤติกรรมการไหลของเลือด เนื่องจากยังไม่ได้คำนึงถึงผลของเม็ดเลือดแดง อยู่ในเลือดด้วย (Casson, 1959, pp. 84-102) จึงได้ศึกษาคุณลักษณะของเลือด โดยในขั้นแรกพบว่าเลือดประพฤติตัวเป็นนอนนิวทอนเนียน ตามแบบจำลอง  $\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} - \mu \left(\frac{du}{dr}\right)^{1/2}$  ซึ่งรวมค่าของเปอร์เซ็นต์ของเม็ดเลือดแดงในเลือด (Hematocrit) เอาไว้ด้วย และพบว่าผลการทดลองการไหลของเลือดสอดคล้องกับแบบจำลองที่พวกเขาเสนอต่อมา (Kim, Cho, Hogenau, & Kensey, 2000, pp. 205-219) ได้ทำการทดลอง วัดความหนืดของของของไหล 4 ชนิดได้แก่ น้ำกลั่น เลือดมนุษย์ที่มีกรดเอทิลีนไดอะมีนเตตระอะซิติก (Ethylenediaminetetraacetic acid (EDTA)) ผสมอยู่ 7.5 % เพื่อป้องกันการเกิดลิ่มเลือด เลือดมนุษย์ที่อุณหภูมิ 25 °C และที่อุณหภูมิเดียวกับร่างกายที่ 37 °C ซึ่งของเหลวสองชนิดหลังไม่ได้ผสม EDTA จากนั้นนำผลการทดลองที่ได้มาเปรียบเทียบกับแบบจำลองของ Casson พบว่า ผลของเลือดทั้งสามชนิดที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันกับแบบจำลอง (Boyd, Buick, & Green, 2007) ศึกษาการไหลของเลือดโดยใช้วิธี Lattice Boltzmann เพื่อเปรียบเทียบแบบจำลองของเลือดตั้งนี้ Newtonian, Carreau-Yasuda และ Casson พบว่าการไหลของ Casson และ Carreau-Yasuda ใกล้เคียงกัน และให้ผลที่ถูกต้องแม่นยำกว่าแบบจำลอง Newtonian ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ (Johnston, Johnston, Corney, & Kilpatrick, 2004, pp. 709-720) ที่ได้สร้างแบบจำลอง 3 มิติของหลอดเลือดโคโรนารีด้านขวา โดยหลอดเลือดมีรูปร่างลักษณะคล้ายหลอดเลือดจริง เพื่อทำการคำนวณเพื่อเปรียบเทียบการไหลของเลือดจาก 5 แบบจำลองซึ่งได้แก่ Newtonian, Carreau-Yasuda, Walburn-Schneck

( $\mu = C_1 e^{C_2 H} [e^{C_4 (TPMA/H^2)}](\dot{\gamma})^{-C_3 H}$ ), Power law ( $\mu = \lambda |\dot{\gamma}|^{n-1}$ ) และ Casson พบว่าแบบจำลอง Power law และ Walburn-Schneck ให้ค่าประมาณของความเค้นเฉือนที่ผนัง (Wall Shear Stress, WSS) ที่สูงในช่วงความเร็วต่ำ (ความเร็วที่กึ่งกลางหลอดเลือด 0.02 m/s) และประมาณค่า WSS ต่ำในช่วงความเร็วสูง (ความเร็วที่กึ่งกลางหลอดเลือด 0.2 m/s) สำหรับแบบจำลองนิวทอนเนียน ให้การประมาณค่า WSS ที่ต่ำในช่วงความเร็วต่ำ พบว่าแบบจำลอง Casson และ Carreau-Yasuda ให้ผลออกมาใกล้เคียงกันในช่วงความเค้นเฉือนต่ำถึงความเค้นเฉือนกลาง (ที่ความเครียด (Strain) ในช่วง 0-300 s<sup>-1</sup>) แต่แบบจำลอง Newtonian จะให้ค่าการประมาณที่ดีในช่วงความเค้นเฉือนกลางถึงความเค้นเฉือนสูง (ที่ความเครียดตั้งแต่ 300 s<sup>-1</sup> ขึ้นไป) ซึ่งความเค้นเฉือนที่ผนังเป็นค่าที่สามารถบ่งชี้ถึงโอกาสการเกิดการตีบของหลอดเลือด

Endothelial Cell เป็นองค์ประกอบของผนังหลอดเลือดที่สัมผัสกับการไหลของเลือดโดยตรง ดังนั้นหาก Endothelial Cell ถูกกระตุ้นด้วยความเค้นเฉือนที่ผนัง ก็จะส่งผลต่อการเกิดการตีบของหลอดเลือดได้ด้วยการแบ่งตัวของ Endothelial Cell หรือ Neointimal Proliferation ทำให้พื้นที่หน้าตัดของหลอดเลือดลดลง แม้ว่าการทำบอลูนและการใส่ขดลวดสวนหัวใจจะเป็นการรักษาผู้ป่วยโรคหลอดเลือดตีบ แต่ก็ยังมีปัจจัยบางประการที่อาจส่งผลให้เกิด Neointimal Proliferation หลังการรักษาได้ โดยที่ผลงานวิจัยจากหลายงานวิจัย (Bernard, Coisene, Donal, & Perrault, 2003, pp. 991-998; Mongrain, & Rodés-Cabau, 2006, pp. 1-4; Koskinas, Chatzizisis, Antoniadis, & Giannoglou, 2012, pp. 1337-1349) แสดงข้อสรุปที่ตรงกันว่า บริเวณผนังหลอดเลือดที่เจอกับค่าความเค้นเฉือนน้อยๆ มีแนวโน้มที่จะเกิด Neointimal Proliferation ได้

Bernard, et al. (2003, pp. 991-998) ทำการทดลองของของผสมระหว่างน้ำกับกลีเซอรินผ่านแบบจำลองของขดลวดชนิด Helistent® บนแผ่นอะคริลิค พบว่า ค่าความเค้นเฉือนที่สูงที่สุดปรากฏที่บริเวณใกล้กับ Strut ของขดลวด เพราะมันออกมาจากผนังหลอดเลือด ส่งผลให้ไปรบกวนการไหล แต่บริเวณที่

ให้ความเค้นเฉือนค่าน้อยๆ ซึ่งได้แก่ บริเวณภายใน Endothelial Cell สูง อย่างไรก็ตาม (Mongrain, & Rodés-Cabau, 2006, pp. 1-4) สรุปว่า ความเค้นเฉือนมีค่าสูงสุดที่ตัวหลอดเลือด ค่าต่ำสุดอยู่ที่ขอบของหลอดเลือด และค่าปานกลางอยู่ระหว่างหลอดเลือด นอกจากนี้ หากต้องการที่จะลดโอกาสการเกิด Neointimal Proliferation ควบคุมความหนาและจำนวนหลอดเลือด เนื่องจากจะไปเพิ่มความเค้นเฉือนที่ผนังภายในหลอดเลือด นอกจากนี้ (Koskinas, et al., 2012, pp. 1337-1349) ได้สรุปเพิ่มเติมว่า รูปร่างของหลอดเลือดต่อค่าของความเค้นเฉือน โดยที่หากหลอดเลือดมีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยม ซึ่งเกิดการไหลแยก (Flow Separation) หลัง Strut ของหลอดเลือดและอาจไปเร่งการเกิด Stent Thrombosis กล่าวคือบริเวณที่เกิดการไหลแยกหรือไหลย้อนนั้นเกิดเลือดมีความเข้มข้นสูงและถูกเจือจางลงด้วยสารต้านการแข็งตัวของธรรมชาติ เป็นเหตุให้ค่าความเค้นเฉือนมีค่าน้อยและอาจจุดชนวนให้เกิดการแข็งตัวของเกล็ดเลือดได้ อย่างไรก็ตามก็ดี หลอดที่มี Strut ได้ผลของการแยกการไหลหรือการไหลย้อนเกิดขึ้นน้อยกว่า

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดหัวใจ โดยอาศัยระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อเปรียบเทียบแบบจำลองการไหลของเลือด 3 แบบจำลองผ่านหลอดเลือดปกติ ได้แก่ Newtonian, Carreau-Yasuda และ Casson แล้วจึงเปรียบเทียบกับผลการทดลองและผลการคำนวณจากรวมกรรม และศึกษาผลของอัตราการตีบของหลอดเลือดตั้งแต่ภาวะปกติจนถึงภาวะของผู้ป่วยโรคหลอดเลือดหัวใจ คือในช่วง 7.61 ถึง 80% ของเส้นผ่าศูนย์กลางของหลอดเลือดที่ไม่มีการตีบ ที่มีต่อการไหลของเลือด และสุดท้ายศึกษาการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดที่ใส่หลอดเลือดสวนหัวใจ 4 แบบ ได้แก่ สปริงหน้าตัดวงกลม

Strut ของหลอดเลือด จะเป็นบริเวณที่เกิดการแบ่งตัวของสปริงหน้าตัดครึ่งวงกลม โดยรายงานผลการศึกษาในรูปของค่าความเค้นเฉือนที่ผนังและโปรไฟล์ความเร็ว

### ระเบียบวิธีวิจัย

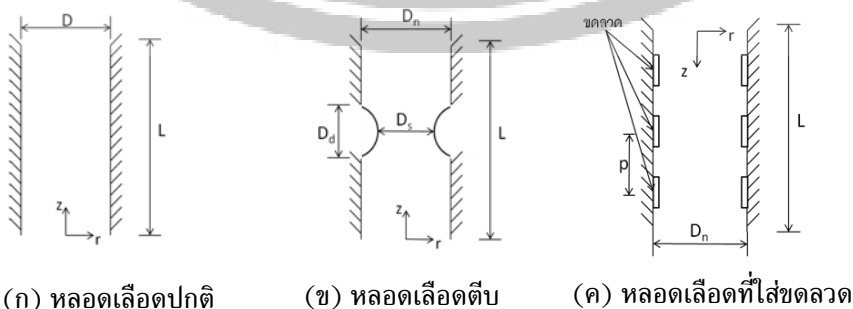
#### สมมติฐานของงานวิจัย

สมมติฐานในงานวิจัยนี้ เริ่มจากการกำหนดให้หลอดเลือดมีผนังแข็งเกร็ง (Rigid Wall) และเป็นผนังเรียบสำหรับการไหลนั้นเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ (Incompressible Flow) แบบราบเรียบ (Laminar Flow) โดยกำหนดให้เป็นพิกัดทรงกระบอกในสองมิติและสมมาตรตามแกน (Axi-symmetric) ไม่มีผลจาก End Effect และแรงลอยตัว ตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds Number) มีค่าคงที่เท่ากับ 270 ตลอดการศึกษานี้ และกำหนดให้สมบัติต่างๆ ของเลือดที่อุณหภูมิร่างกายปกติของมนุษย์ที่  $37^{\circ}\text{C}$

#### โดเมนการคำนวณ (Computational Domain)

รูปที่ 2 แสดงโดเมนการคำนวณในการศึกษานี้ ภายใต้สมมติฐานของผนังหลอดเลือดเป็นทรงกระบอกแข็งเกร็ง (Rigid) ในสองมิติ ที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง  $D_n$  เท่ากับ 4 mm และยาว 50 mm เพื่อป้องกัน End Effect นอกจากนี้ โดยรูปที่ 2(ก) แสดงโดเมนหลอดเลือดปกติ รูปที่ 2(ข) แสดงโดเมนการคำนวณหลอดเลือดตีบ ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก % การตีบ =  $\frac{D_n - D_s}{D_n} \times 100\%$

โดย  $D_n$  คือ เส้นผ่าศูนย์กลางของหลอดเลือดปกติและ  $D_s$  คือ เส้นผ่าศูนย์กลางของหลอดเลือดตีบ และรูปที่ 2(ค) แสดงโดเมนการคำนวณสำหรับการไหลผ่านหลอดเลือดที่ใส่หลอดเลือด โดยที่  $p$  แทนระยะพิทซ์ของหลอดเลือด



รูปที่ 2 โดเมนการคำนวณ (Computational Domain) ในสองมิติสมมาตรรอบแกน z (Not to scale)



เนื่องจากหลอดเลือดในการศึกษานี้เป็นสมมาตรตามแกนสองมิติ (2D Axi-symmetric) เราจึงสามารถลดโดเมนการคำนวณให้เหลือเพียงหนึ่งในสี่ของทรงกระบอกดังแสดงในรูปที่ 3 ทั้งนี้เพื่อให้ใช้เวลาและหน่วยความจำในการคำนวณหรือ RAM น้อยลงสำหรับระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยอาศัยซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ COMSOL ของภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยนเรศวร ในการกำหนดสภาวะของเขตนั้นกระทำดังนี้คือ ความเร็วของของไหลผนังมีค่าเป็น 0 เนื่องจากสภาวะไม่ลื่นไถล (No Slip) กล่าวคือ  $v(r = R) = 0$  และที่กึ่งกลางหลอดเลือดจะมีความเร็วสูงสุดในระนาบ ( $v(r = 0) = V_{max}$ ) ด้านบนของโดเมนการคำนวณกำหนดให้เป็นทางเข้าของเลือดที่ไหลด้วยอัตราเร็ว  $U$  และด้านล่างเป็นทางออกที่มีความดัน  $P = 90 \text{ mmHg}$  ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยของความดันที่ทางออกทั้งร่างกายของมนุษย์

รูปที่ 3(ก) แสดงการกำหนดสภาวะขอบเขตสำหรับการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดปกติ รูปที่ 3(ข) แสดงการกำหนดสภาวะขอบเขตสำหรับการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดตีบ ซึ่งเราเลือกภาคตัดที่ตำแหน่งต่างๆ ได้แก่ ระยะ 28, 30, 32 และ 34 มิลลิเมตร วัดจากทางเข้า ซึ่งแสดงตำแหน่งก่อนตีบ ตำแหน่งที่ตีบซึ่งเป็นที่ให้หลอดเลือดมีหน้าตัดที่เล็กลง และตำแหน่งหลังการตีบ กำหนดให้พื้นผิวของหลอดเลือดและบริเวณที่ตีบเป็นสภาวะไม่ลื่นไถล และรูปที่ 3(ค) แสดงโดเมนการคำนวณของหลอดเลือดที่ใส่ขดลวดเข้าไป โดยสมมติให้ของไหลที่ติดกับพื้นผิวท่อและลวดอยู่ที่สภาวะไม่ลื่นไถล อนึ่งขดลวดที่นำมาศึกษาในที่นี้จะมีรูปร่างและขนาดที่แตกต่างกันไป 4 แบบด้วยกัน ได้แก่ ขดลวดแบบสปริงหน้าตัดเป็นวงกลม ขดลวดแบบสปริงหน้าตัดครึ่งวงกลม ขดลวดแบบ Slotted Tube มีหน้าตัดของลวดเป็นสี่เหลี่ยม และขดลวดแบบ NIR® ซึ่งมีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมเช่นกัน ดังแสดงในตารางที่ 1



รูปที่ 3 การกำหนดสภาวะขอบเขตสำหรับหลอดเลือดสองมิติสมมาตรตามแกน

ตารางที่ 1 ชนิดและขนาดของขดลวดที่ใช้ทดสอบ

ขดลวดสวนหัวใจ	ขนาดของขดลวด (mm)				หน้าตัดของขดลวด
	ระยะพิทช์	ความหนา	ความกว้าง	ความหนา:ความกว้าง	
แบบสปริง	1	0.4	0.4	1:1	วงกลม
Half-Coil	4	0.4	0.8	1:2	ครึ่งวงกลม
Slotted-tube	2	0.2	1	1:5	สี่เหลี่ยม
NIR®	0.3	0.1	0.1	1:1	สี่เหลี่ยม



**ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์**

เมื่อกำหนดโดเมนการไหลในสองมิติแล้วเราสร้างเมช (Mesh) แบบสามเหลี่ยมไว้ระเบียบในโดเมนด้วย Delaunay algorithm แนวความคิดพื้นฐานของแบบวิธีดังกล่าวคือการสร้างสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่มากที่สุดภายในวงกลมแล้วปรับย้ายรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ต้องการออกไปในการปรับค่าแต่ละครั้งจะได้ตำแหน่งยอดใหม่ของสามเหลี่ยมรูปใหม่ขึ้นมา

เนื่องจากเอลิเมนต์เป็นรูปสามเหลี่ยมจึงทำให้มี node ทั้งหมด 6 node โดย node ที่ 1-3 จะอยู่ที่มุมของสามเหลี่ยมและมี node ระหว่างมุมทั้งสามอีก 3 node ซึ่งเรียงลำดับตามกฏมือขวา ดังแสดงในรูปที่ 4 สำหรับแต่ละ Node point ( $P_i$ ) และมี Degree of freedom เป็น  $N_i = nP_i$  และฟังก์ชันพื้นฐาน  $\phi_i$  โดยจัดอยู่ในรูประบบสมการได้เป็น

$$\phi(x, y) = \sum N_i(x, y)\phi_i \tag{1}$$

เมื่อ  $\phi$  เป็นฟังก์ชันพื้นฐาน ซึ่งในที่นี้ได้แก่  $u, v, P$  ฟังก์ชันการประมาณ  $N$  ขึ้นอยู่กับฟังก์ชันของพิกัดพื้นที่  $L_1, L_2$  และ  $L_3$  ดังสมการ

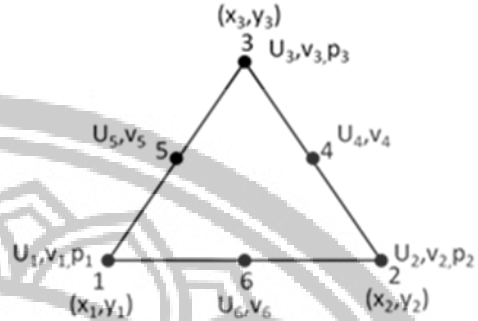
$$\begin{aligned} N_1 &= L_1^2 - L_1(L_2 + L_3) \\ N_2 &= L_2^2 - L_2(L_3 + L_1) \\ N_3 &= L_3^2 - L_3(L_1 + L_2) \\ N_4 &= 4L_2L_3 \\ N_5 &= 4L_3L_1 \\ N_6 &= 4L_1L_2 \end{aligned} \tag{2}$$

เมื่อ  $L_1 = \frac{1}{2A}(a_1 + b_1x + c_1y)$

$$\begin{aligned} a_1 &= x_2y_3 - x_3y_2 & b_1 &= y_2 - y_3 & c_1 &= x_3 - x_2 \\ a_2 &= x_3y_1 - x_1y_3 & b_2 &= y_3 - y_1 & c_2 &= x_1 - x_3 \\ a_3 &= x_1y_2 - x_2y_1 & b_3 &= y_1 - y_2 & c_3 &= x_2 - x_1 \end{aligned}$$

และตัวแปร  $A$  เป็นพื้นที่ของเอลิเมนต์และสามารถหาได้จากสมการ

$$A = \frac{1}{2}[x_2(y_3 - y_1) + x_1(y_2 - y_3) + x_3(y_1 - y_2)] \tag{3}$$



รูปที่ 4 Node ในสามเหลี่ยมไว้ระเบียบ

สำหรับขั้นตอนสุดท้ายหลังจากการประยุกต์สภาวะขอบเขตแล้วแก้สมการตั้งต้นโดยใช้ UMFPACK algorithm ซึ่งเป็นอัลกอริทึมในการแก้ปัญหาประเภทสมมาตรตามแนวแกนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยมีค่าความสัมพัทธ์ผลต่างความผิดพลาด (Relative Tolerance) เท่ากับ  $10^{-6}$

**สมการที่เกี่ยวข้อง (Governing Equations)**

ในการคำนวณจะใช้กฎการอนุรักษ์มวลและโมเมนตัม และมีสมมติฐานคือ การไหลที่สภาวะคงที่ (Steady state) ของไหลอัดตัวไม่ได้ (Incompressible flow) และการไหลแบบสมมาตรตามแกน 2 มิติ (2D axis-symmetry) จะได้สมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{4}$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัมในทิศแนวรัศมี (Radial Direction)

$$\rho \left( v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} - \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{rz}) \right] + \rho g_r \tag{5}$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัมในทิศแนวแกน (Axial Direction)



$$\rho \left( v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zz} \right] + \rho g_z \quad (6)$$

โดยพิจารณาของไหล 3 แบบจำลอง ได้แก่

1. Newtonian เป็นลักษณะการไหลของของไหลที่เป็นไปตามข้อสันนิษฐานของนิวตันคือ ความเค้นเฉือนแปรผันโดยตรงกับอัตราเฉือน (Shear rate) ซึ่งเป็นเกรเดียนท์ของความเร็วและค่าคงที่ของความแปรผันคือความหนืดเชิงจลน์ ซึ่งมีค่าคงที่ที่อุณหภูมิสามารถเขียนในรูปนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ได้โดย

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \quad (7)$$

โดยที่  $\tau$  แสดงความเค้นเฉือน (Shear Stress),  $\mu$  คือความหนืดเชิงจลน์ (Dynamic Viscosity) และ  $\frac{du}{dr}$  คือเกรเดียนท์ความเร็ว

2. Carreau-Yasuda เป็นของไหลที่ไม่เป็นไปตามข้อสันนิษฐานของนิวตัน (non-Newtonian) กล่าวคือ ที่อุณหภูมิหนึ่ง ๆ ของไหลมีค่าความหนืดไม่คงที่เปลี่ยนแปลงกับอัตราเฉือน โดยให้ความสัมพันธ์ดังสมการที่ (8)

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) (1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{(n-1)/2} \quad (8)$$

โดยที่

$\mu_\infty$  คือ ความหนืดที่อัตราเฉือนอนันต์ ในกรณีของไหลเป็นเลือดมีค่า 0.0035 Pa-s

$\mu_0$  คือ ความหนืดที่อัตราเฉือนเป็นศูนย์ ในกรณีของไหลเป็นเลือดมีค่า 0.056 Pa-s

$\lambda$  คือ ค่าคงที่ ในกรณีของไหลเป็นเลือดมีค่า 3.313 s

$\dot{\gamma}$  คือ อัตราความเค้นเฉือน (Shear rate)

$n$  คือ ค่าคงที่ไร้นิยาม โดย  $n$  มีค่าเท่ากับ 0.3568 ในกรณีของไหลเป็นเลือด

3. Casson fluid หมายถึงของไหลที่ต้องการแรงกระทำที่สูงพอ ในการเอาชนะค่าความเค้นที่จุดคราก (Yield Stress) ได้แล้วจึงเริ่มไหล ซึ่งมีรูปสมการ ดังนี้

$$\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} - \mu \left( \frac{du}{dr} \right)^{1/2} \quad (9)$$

โดยที่

$\tau$  คือ ความเค้นเฉือน (Shear stress)

$\tau_0$  คือ ความเค้นที่จุดคราก (Yield Stress)

$\mu$  คือ ค่าความหนืดจลน์

$\frac{du}{dr}$  คือ เกรเดียนท์ของความเร็ว

การตรวจสอบผลกระทบของความหนาแน่นของเมช (Mesh density dependence check)

ในหัวข้อนี้เราจะทำการตรวจสอบผลกระทบของความหนาแน่นของเมชที่มีต่อคำตอบ เพื่อให้ใช้หน่วยความจำและเวลาในการคำนวณได้อย่างมีประสิทธิภาพ และให้คำตอบที่มีความถูกต้องสูง ในที่นี้เราจะพิจารณาเฉพาะการไหลผ่านท่อตรงปกติที่ไม่มีการตีบปรากกฏตั้งแสดงในรูปที่ 3(ก) และใช้  $Re = 200$  เพื่อเปรียบเทียบกับวรรณกรรม

เนื่องจากการแบ่งโดเมนการคำนวณออกเป็นเมชขนาดเล็กจะทำให้เกิด Node ที่ต้องคำนวณเป็นจำนวนมากตามด้วย และส่งผลต่อการใช้ทรัพยากรของเครื่องคอมพิวเตอร์ในการคำนวณ แต่ทว่า สำหรับโดเมนสองมิตินั้น หากความหนาแน่นของเมชสูงจะให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำมากตามไปด้วย ดังนั้นจึงต้องมีการตรวจสอบเพื่อหาค่าความหนาแน่นของเมชที่เหมาะสม (Holzbecher, & Si, 2008) โดยที่การตรวจสอบจะแบ่งความหนาแน่นของเมชเป็น 4 ค่าได้แก่ (1) แบบจำลอง A มีความหนาแน่น 1.68 elements/mm<sup>2</sup> (2) แบบจำลอง B มีความหนาแน่น 6.72 elements/mm<sup>2</sup> (3) แบบจำลอง C มีความหนาแน่น 26.88 elements/mm<sup>2</sup> และ (4) แบบจำลอง D มีความหนาแน่น 107.52 elements/mm<sup>2</sup> ซึ่งแบบจำลอง D จะให้คำตอบที่ถูกต้องมากที่สุด (Fagan, 1992) โดยแสดงการเปรียบเทียบความเร็วเฉลี่ยที่ทางออกของแบบจำลอง A, B และ C กับแบบจำลอง D สำหรับแต่ละแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้งสามของการไหลของเลือด ซึ่งได้แก่แบบจำลอง Newtonian แบบจำลอง Carreau-Yasuda และแบบจำลอง Casson ดังแสดงในตารางที่ 2 พบว่าแบบจำลอง C มีความคลาดเคลื่อนจากแบบจำลอง D น้อยที่สุด ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้ความหนาแน่นของ Mesh ที่ 107.52 elements/mm<sup>2</sup>

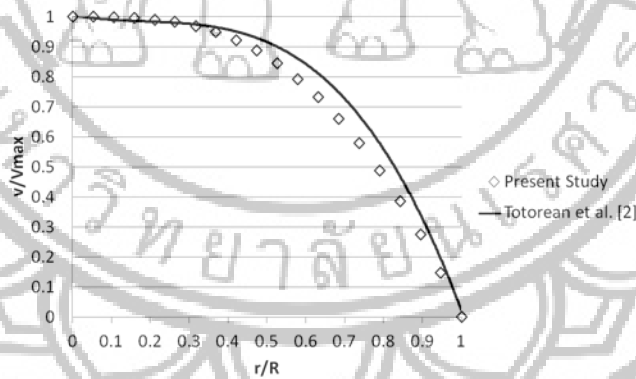
**ตารางที่ 2** การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของคำตอบเมื่อความหนาแน่นของเมชในโดเมนการคำนวณเปลี่ยนแปลง

แบบจำลอง	ความหนาแน่นของ Mesh (elements/mm <sup>2</sup> )	ความคลาดเคลื่อนจากแบบจำลอง D (%)		
		Newtonian	Carreau-Yasuda	Casson
A	6.72	3.89	3.60	3.54
B	26.88	1.51	1.38	1.37
C	107.52	0.08	0.14	0.14
D	146.74	-	-	-

**ผลการคำนวณและอภิปรายผล**

การเปรียบเทียบผลการคำนวณกับวรรณกรรม รูปที่ 5 เป็นผลการเปรียบเทียบผลการคำนวณด้วยแบบจำลอง Carreau-Yasuda กับงานวิจัยของ (Totorean, et al., 2009, pp.49-56) ซึ่งทำการศึกษาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับการไหลในท่อที่  $Re = 200$  ด้วยแบบจำลอง Carreau-Yasuda ซึ่งท่อมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 มิลลิเมตรโดยพิจารณาโปรไฟล์ความเร็วไร้หน่วยที่ตำแหน่ง Fully developed พบว่ามีผลต่างเฉลี่ยเท่ากับ 9.88 % (โดยที่ผลต่างคำนวณจาก

ข้อมูลในแต่ละตำแหน่งดังนี้  $\left| \frac{(v/V_{max})_{[2]} - (v/V_{max})_{present}}{(v/V_{max})_{[2]}} \right| \times 100$  แล้วจึงนำมาหาค่าเฉลี่ย) ทั้งนี้ผลต่างอาจเกิดจากผลของ End effect ในแบบจำลองของ (Totorean, et al., 2009, pp. 49-56) ซึ่งแสดงข้อมูลที่ตำแหน่งก่อนการลดขนาดที่เพียง 2 มิลลิเมตร ในขณะที่งานวิจัยนี้เราเลือกแสดงข้อมูลที่ระยะ 20 มิลลิเมตรหลังทางเข้าของเลือด และรูปร่างของเอลิเมนต์ที่ต่างกันโดยงานวิจัยของ (Totorean, et al., 2009, pp. 49-56) ใช้เอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยม แต่งานวิจัยนี้ใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยม ไร้ระเบียบ



**รูปที่ 5** การเปรียบเทียบผลการคำนวณของงานวิจัยนี้กับผลการคำนวณของ (Totorean, et al., 2009) ที่  $Re=200$

รูปที่ 6 เป็นผลการเปรียบเทียบผลการคำนวณโดยใช้แบบจำลอง Casson เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Gijzen และคณะ [12] ซึ่งเป็นการทดลองโดยใช้ของไหลนอนนิวทอนเนียนที่มีสมบัติใกล้เคียงกับเลือด ซึ่งได้แก่ KSCN-X กล่าวคือเป็นสารละลาย Potassium thiocyanate ในน้ำที่ความเข้มข้น 71% โดยน้ำหนัก และ

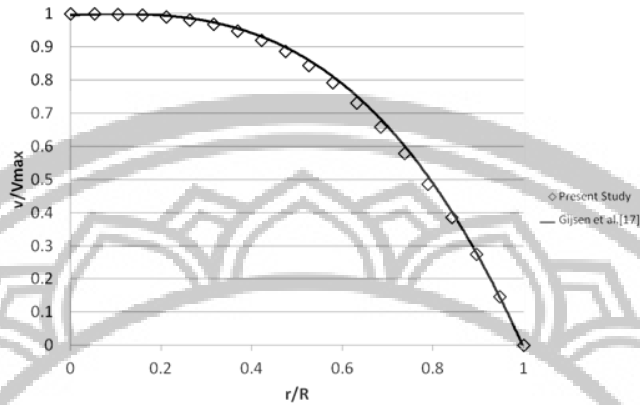
ผสมกับ Xanthan gum ที่มีความเข้มข้น 250 ppm จะให้ของไหลที่มีค่าความหนืดใกล้เคียงกับเลือด ในที่นี้เราให้  $Re = 270$  เมื่อพิจารณาโปรไฟล์ความเร็วไร้หน่วย  $(v/V_{max})$  ที่ตำแหน่งที่การไหลเป็น Fully developed พบว่ามีผลต่างเฉลี่ย 11.13% ซึ่งอาจเกิดจากผลของความเสียดทานภายในท่อของการทดลอง นอกจากนี้ข้อ





ไหลที่ใช้ในการทดลองถึงแม้จะมีความหนืดใกล้เคียง เลือดแต่ก็ไม่มีองค์ประกอบเช่นเดียวกับเลือด เช่น เซลล์ เม็ดเลือดแดง เป็นต้น และความหนาแน่นต่างจากเลือด

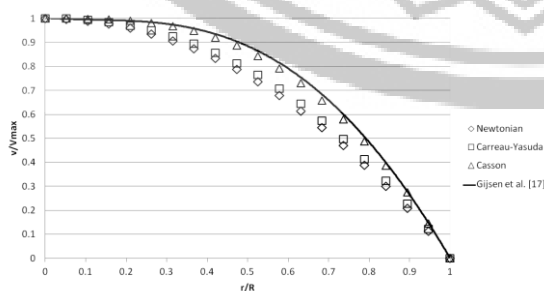
โดยที่ KSCN-X มีความหนาแน่น  $1,410 \text{ kg/m}^3$  ในขณะที่เลือดมีความหนาแน่น  $1,050\text{--}1,060 \text{ kg/m}^3$



รูปที่ 6 การเปรียบเทียบผลการคำนวณโดยใช้แบบจำลอง Casson กับการทดลองของ (Gijsen, Van de Vosse, & Janssen, 1999) ที่  $Re=270$

แบบจำลองการไหลผ่านหลอดเลือดปกติ พิจารณาการไหลของแบบจำลองการไหลทั้งสามแบบ ดังที่กล่าวมาแล้วผ่านหลอดเลือดปกติ ดังแสดงในโดเมน การคำนวณในรูป 3(ก) ที่  $Re = 270$  แล้วจึง เปรียบเทียบกับผลการทดลองแบบ *in vitro* ของ Gijsen, et al. (1999) ซึ่งใช้สารละลาย KSCN-X ที่มีความหนืด ใกล้เคียงเลือด พบว่าแบบจำลอง Casson มีแนวโน้ม ใกล้เคียงกับผลการทดลองของ Gijsen, et al. (1999) มากที่สุดเนื่องจากแบบจำลอง Casson ได้พิจารณาผล ของร้อยละโดยปริมาตรของเซลล์เม็ดเลือดแดงหรือ Hematocrit ไว้ด้วยจึงให้ค่าความหนืดที่ใกล้เคียงผลการ ทดลองดังกล่าว สำหรับแบบจำลอง Newtonian และ Carreau-Yasuda นั้นให้ผลต่างจากผลการทดลอง

มากกว่าแบบจำลอง Casson โดยเฉพาะอย่างยิ่งในช่วง บริเวณกึ่งกลางท่อ (ที่  $r/R$  ช่วง  $0 - 0.5$ ) เนื่องจาก แบบจำลอง Newtonian สมมติของไหลเป็นเนื้อเดียวกัน จึงทำให้โปรไฟล์ความเร็วมีลักษณะเป็นพาราโบลาทั้งใน ชั้นของพลาสมาและชั้นของ Bulk Flow และแบบจำลอง Carreau-Yasuda มีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากไม่ได้ คำนึงถึงผลของเม็ดเลือดแดงที่มีต่อความหนืดในชั้นของ Bulk Flow ซึ่งส่งผลต่อชั้นของพลาสมาที่อยู่ถัดไป อย่างไรก็ดีตามตั้งแต่ระยะ  $r/R = 0.9$  ถึง 1 ทั้งสาม แบบจำลองให้ค่าที่ใกล้เคียงกับผลการทดลอง ทั้งนี้อาจ เป็นเพราะเป็นช่วงที่ครอบคลุมชั้นพลาสมาซึ่งเป็น ของเหลวเนื้อเดียวที่มีสมบัติใกล้เคียงกันกับน้ำ

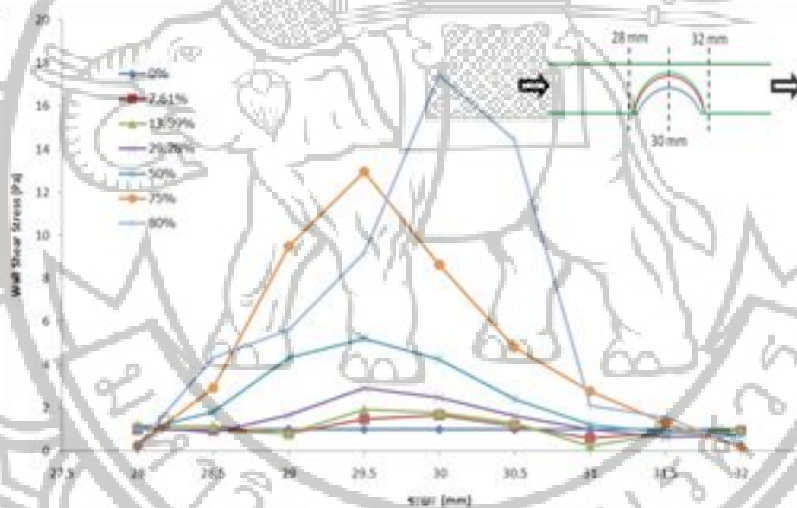


รูปที่ 7 การเปรียบเทียบโปรไฟล์ความเร็วไร้หน่วย ณ ตำแหน่งทางออกของแบบจำลองของไหลทั้งสามกับผลการ ทดลองแบบ *in vitro* ของ (Gijsen, et al., 1999, pp. 601-608)  $Re = 270$

### การไหลผ่านหลอดเลือดตีบ

เนื่องจากในหัวข้อที่แล้ว พบว่า แบบจำลองการไหล Casson ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองสำหรับการไหลผ่านหลอดเลือดปกติ ดังนั้นสำหรับการไหลผ่านหลอดเลือดตีบ เราจึงเลือกใช้แบบจำลอง Casson ในการศึกษา โดยพิจารณาผลลัพธ์ในรูปแบบของความเค้นเฉือนที่ผนัง (Wall Shear Stress) ของบริเวณที่เกิดการตีบ อันเป็นข้อมูลที่สำคัญทางการแพทย์และโปรไฟล์ความเร็วของการไหลที่ระดับการตีบเท่ากับ 7.61, 13.39, 29.28, 50, 75 และ 80% เพื่อเป็นการอธิบายข้อมูลของความเค้นเฉือนที่ผนัง จากนั้นจึงทำการเปรียบเทียบกับหลอดเลือดปกติที่ไม่มีการตีบจากตำแหน่งก่อนจนถึงหลังการตีบ จากรูปที่ 8 พบว่า ที่

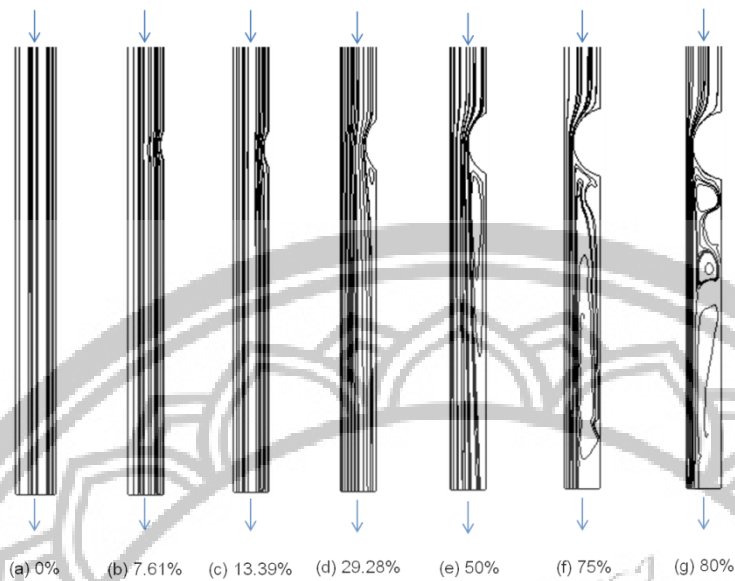
ระดับการตีบสูงขึ้นจะให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังสูงขึ้นด้วย โดยที่ระดับการตีบเท่ากับ 75 และ 80% ให้ค่าของความเค้นเฉือนที่ผนังสูงกว่าที่ระดับความตีบอื่นๆ อย่างเห็นได้ชัดและปรากฏเป็นอาการเจ็บหน้าอกในผู้ป่วยหลอดเลือดหัวใจตีบนั่นเอง ซึ่งแพทย์อาจพิจารณาการรักษาด้วยการทำบอลลูนและใส่ขดลวดสวนหัวใจ เป็นที่น่าสังเกตว่า ที่ระดับการตีบตั้งแต่ 7.61% ถึง 75% นั้นค่าสูงสุดของความเค้นเฉือนที่ผนังเกิดขึ้นก่อน (29.5 mm) ตำแหน่งกึ่งกลางของการตีบ (30 mm) ในขณะที่ระดับการตีบเท่ากับ 80% ให้ค่าสูงสุดของความเค้นเฉือนที่ผนังที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการตีบซึ่งเป็นตำแหน่งที่พื้นที่หน้าตัดของการไหลมีค่าน้อยที่สุดนั่นเอง



รูปที่ 8 ความเค้นเฉือนบริเวณผนังหลอดเลือดที่ระดับการตีบต่างๆ

รูปที่ 9 แสดงเส้นกระแสของการไหลผ่านหลอดเลือดที่ระดับการตีบต่างๆ สังเกตได้ว่าที่อัตราการตีบต่ำๆ เช่น 7.61 และ 13.39% นั้นการไหลยังใกล้เคียงกับการไหลผ่านหลอดเลือดปกติ (0%) ความผิดปกติของการไหลของเลือดจะพบที่อัตราการตีบ 29.28% ขึ้นไป โดยพบ

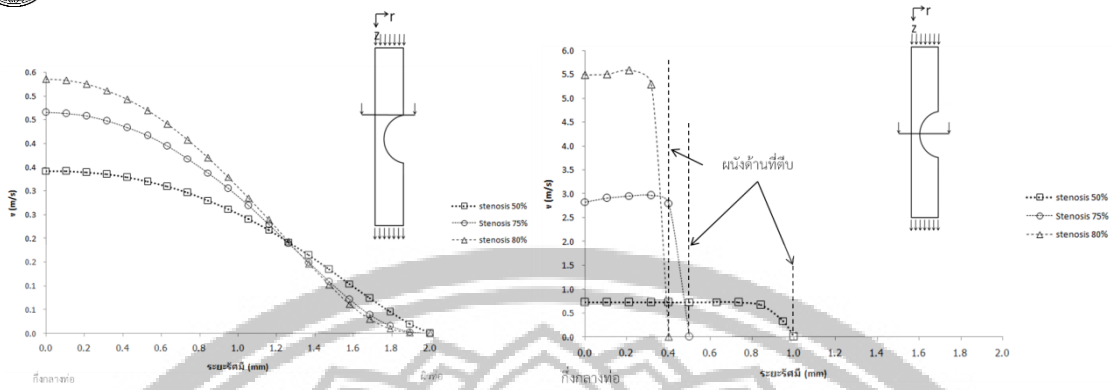
การเกิดการแยกของการไหล (Flow Separation) หลังบริเวณที่ตีบและเกิดการไหลย้อนกลับ ในขณะที่อัตราการตีบ 50% ถึง 80% นั้นเส้นกระแสแสดงการไหลหมุนวนเกิดขึ้นอย่างชัดเจน ซึ่งที่ระดับความตีบเหล่านี้เองที่ทำให้ผู้ป่วยเกิดอาการแน่นหน้าอก



รูปที่ 9 เส้นกระแสของการไหลผ่านหลอดเลือดที่ระดับความตีบต่างๆ

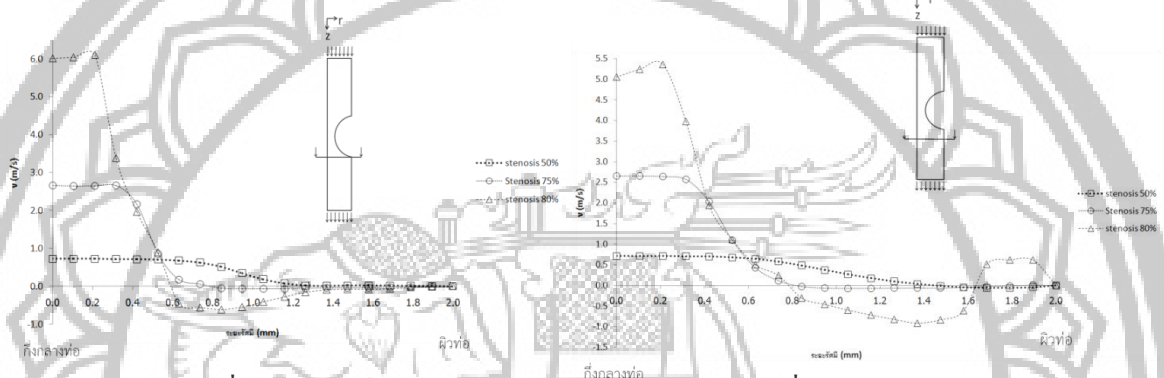
จากที่กล่าวมาข้างต้นสังเกตได้ว่าทั้งค่าของความเค้นเฉือนที่ผนังมีค่าสูงและเส้นกระแสหลังการตีบแสดงการไหลหมุนวนอย่างรุนแรงสำหรับระดับการตีบตั้งแต่ 50% ขึ้นไป ดังนั้นเราจะพิจารณาโปรไฟล์ของความเร็วเฉพาะระดับการตีบ 50%, 75% และ 80% เท่านั้น จากรูปที่ 10(ก) โปรไฟล์ความเร็วบริเวณก่อนการตีบของอัตราการตีบ 50% มีลักษณะเป็นพาราโบลาและมีความเร็วต่ำสุด สำหรับอัตราการตีบ 75% และ 80% โปรไฟล์ความเร็วมีค่าสูงขึ้นตามลำดับ โปรไฟล์ความเร็วของทั้งสามตัดกันที่  $r = 1.25$  mm โดยหลังจากจุดนี้จนถึงผนังหลอดเลือด ระดับการตีบ 50% ให้ค่าความเร็วสูงกว่าของระดับการตีบ 75% และ 80% ซึ่งให้ความเร็วที่ใกล้เคียงกัน รูปที่ 10(ข) แสดงโปรไฟล์ความเร็วที่บริเวณกึ่งกลางของการตีบ พบว่าโปรไฟล์ความเร็วที่อัตราการตีบ 80% จะมีค่าสูงที่สุด ที่อัตราการตีบ 75% มีความเร็วรองลงมาและที่อัตราการตีบ 50% มีความเร็วต่ำที่สุด แต่โปรไฟล์ความเร็วของอัตราการตีบทั้งสามจะมีลักษณะมีลักษณะแบนราบต่างจากตำแหน่งก่อนการตีบในรูป 10(ก) ทั้งนี้เป็นเพราะพื้นที่การไหลน้อยลงทำให้เมตเลียดถูกอัดตัว เป็นเหตุให้มีระยะห่างระหว่างกันน้อย

เมื่อพิจารณาบริเวณหลังการตีบในรูปที่ 10(ค) และ (ง) พบว่า โปรไฟล์ความเร็วของระดับการตีบ 80% มีค่าสูงในช่วง  $r = 0$  ถึง  $0.2$  mm จากนั้นความเร็วจะลดลงอย่างรวดเร็วจนถึงระยะ  $r = 0.3$  mm และความเร็วค่อยๆลดลงจนเท่ากับศูนย์ที่  $r = 0.6$  mm แล้วจึงลดลงไปต่ำกว่าศูนย์ ซึ่งหมายถึงการไหลกลับหรือ Back Flow ดังแสดงในรูปที่ 11 สุดท้ายความเร็วเพิ่มขึ้นและเข้าสู่ศูนย์ในบริเวณใกล้เคียงผนังในรูปที่ 10(ค) และความเร็วมีค่าสูงกว่าศูนย์แล้วจึงเข้าสู่ศูนย์ที่ผนังดังรูปที่ 10(ง) ซึ่งเป็นตำแหน่งห่างออกมาจากทางออก สำหรับที่ระดับการตีบ 75% มีค่าความเร็วรองลงมาและตามด้วยระดับการตีบ 50% สังเกตได้ว่า ที่ระยะ  $r = 0$  ถึง  $0.2$  mm สำหรับอัตราการตีบ 75% และที่  $r = 0$  ถึง  $0.5$  mm สำหรับอัตราการตีบ 80% นั้นแสดงลักษณะที่คล้ายคลึงกัน กล่าวคือ ความเร็วค่อนข้างคงที่ แล้วจึงลดลงเข้าสู่ศูนย์ก่อนถึงผนัง ( $r = 2$  mm) นี่เป็นการแสดงให้เห็นถึงการเริ่มต้นการเกิด Adverse Gradient ( $dP/dx > 0$ ) ซึ่งจะก่อให้เกิดการไหลย้อนกลับ (Back Flow) ดังแสดงในรูปที่ 11 ซึ่งปรากฏเป็นอาการเจ็บหน้าอกของผู้ป่วยหลอดเลือดหัวใจตีบในระดับการตีบสูงตั้งแต่ 50% ขึ้นไปนั่นเอง



(ก) ตำแหน่งก่อนตีบที่ 28 mm วัดจากทางเข้า

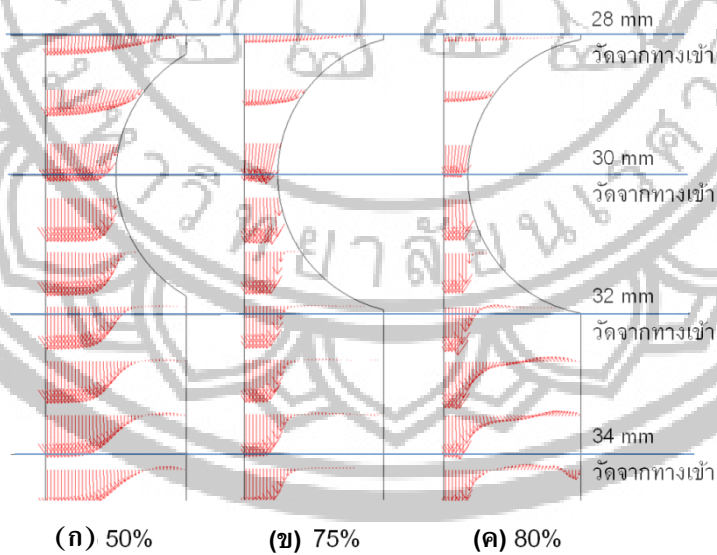
(ข) ตำแหน่งกึ่งกลางบริเวณตีบที่ระยะ 30 มิลลิเมตรจากทางเข้า



(ค) ตำแหน่งหลังตีบที่ระยะ 32 มิลลิเมตรจาก

(ง) ตำแหน่งหลังตีบที่ระยะ 34 มิลลิเมตรจากทางเข้า

รูปที่ 10 โปรไฟล์ความเร็วที่ระยะต่างๆ ของหลอดเลือดตีบที่ระดับต่างๆ

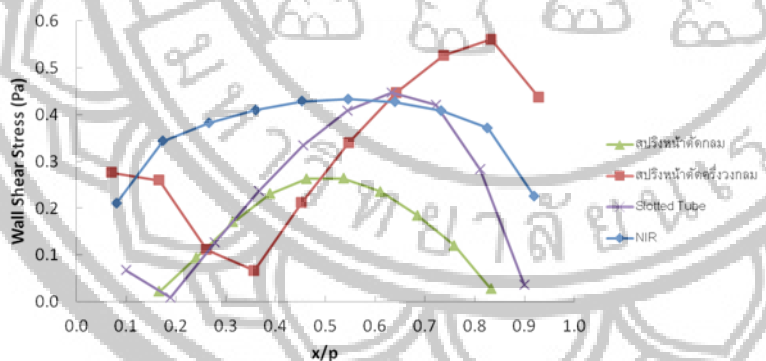


รูปที่ 11 โปรไฟล์ความเร็วที่บริเวณที่เกิดการตีบของหลอดเลือดที่ระดับความตีบ



### การไหลผ่านขดลวดสวนหัวใจ

ในผู้ป่วยหลอดเลือดตีบนั้น แพทย์จะทำการรักษาด้วยการทำบอลลูนแล้วตามด้วยการใส่ขดลวด (Stent) เข้าไปเพื่อถ่างหลอดเลือดตีบออก ในที่นี้เราจะพิจารณาเฉพาะขดลวดโลหะเปลือย (Bare Stent) เท่านั้น มิใช่ขดลวดที่เคลือบยา (Drug Eluting Stent – DES) และไม่นำการบาดเจ็บของผนังหลอดเลือดเนื่องจากการใส่ขดลวดมาคิด รูปที่ 12 แสดงการกระจายของความเค้นเฉือนที่ผนังหลอดเลือดภายในระยะพิทซ์สุดท้ายของขดลวดชนิดต่าง ๆ โดยที่  $x$  แทนระยะทางระหว่างพิทซ์ที่ไม่ได้สัมผัสกับลวด พบว่า แนวโน้มของค่าความเค้นเฉือนในที่นี้แบ่งออกได้เป็นสองแบบด้วยกัน ได้แก่ (1) แนวโน้มพาราโบลา ซึ่งปรากฏในขดลวดสปริงและขดลวด NIR® และ (2) แนวโน้มของค่าความเค้นเฉือนที่ลดลงจนถึงค่าต่ำสุดแล้วจึงเพิ่มขึ้นจนถึงค่าสูงสุด จากนั้นจึงลดลงมาอีกครั้ง ปรากฏในขดลวดสปริงหน้าตัดครึ่งวงกลมและขดลวดชนิด Slotted Tube เมื่อพิจารณาโดยรวมจะสังเกตได้ว่า ขดลวดแบบ NIR® ให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังสม่ำเสมอที่สุด ทั้งนี้การเปลี่ยนแปลงมาก ๆ ของความเค้นเฉือนอาจจะส่งผลกระทบต่อการทำงานของ Endothelial Cell ซึ่งถูกกระตุ้นด้วยแรงเชิงกลจากการไหลซึ่งในที่นี้ก็คือความเค้นเฉือนนั่นเอง



รูปที่ 12 ความเค้นเฉือนของผนังหลอดเลือดระหว่างเส้นลวดของขดลวดสวนหัวใจแบบต่าง ๆ

รูปที่ 13 แสดงโปรไฟล์ความเร็วเฉลี่ยของเลือดที่ไหลผ่านหลอดเลือดที่ใส่ขดลวดสวนหัวใจทั้งสี่แบบภายในพิทซ์สุดท้ายของขดลวดเปรียบเทียบกับโปรไฟล์ความเร็วของเลือดที่ไหลหลอดเลือดปกติ พบว่า หลอดเลือดที่มีขดลวดสวนหัวใจให้โปรไฟล์ความเร็วของการไหลของเลือดลดลงอย่างเอ็กซีโพเนนเชียล ในขณะที่หลอดเลือดปกติให้โปรไฟล์เป็นพาราโบลา ตั้งแต่บริเวณกึ่งกลางท่อ

สำหรับค่าความเค้นเฉือนที่ผนังที่มีแนวโน้มพาราโบลานั้น ขดลวด NIR® ให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังสูงกว่าแบบสปริง สังเกตได้ว่า พื้นที่หน้าตัดของขดลวด NIR® คิดเป็น  $0.01 \text{ mm}^2$  ในขณะที่พื้นที่หน้าตัดของขดลวดแบบสปริงคิดเป็น  $0.126 \text{ mm}^2$  ทำให้ขดลวด NIR® เปิดโอกาสให้ผนังหลอดเลือดสัมผัสกับเลือดได้มากกว่าขดลวดแบบสปริง

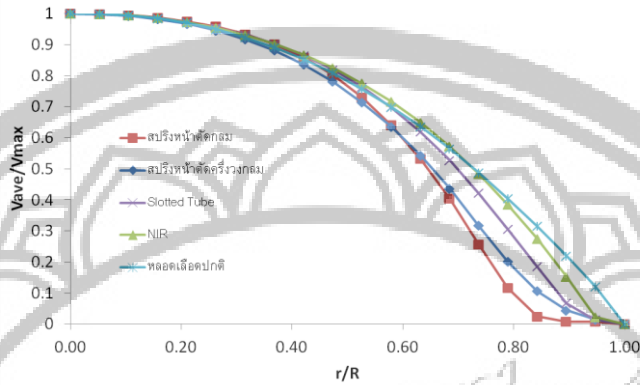
เมื่อพิจารณาแนวโน้มที่ (2) จุดต่ำที่สุดอยู่ใกล้ต้นระยะพิทซ์และจุดสูงที่สุดอยู่ค่อนข้างปลายพิทซ์ และเมื่อพิจารณาภาพรวมพบว่า ขดลวดสปริงหน้าตัดครึ่งวงกลมให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังสูงกว่าขดลวดแบบ Slotted Tube โดยที่พื้นที่หน้าตัดของขดลวดสปริงหน้าตัดครึ่งวงกลมเป็น  $0.25 \text{ mm}^2$  และพื้นที่หน้าตัดของขดลวดของ Slotted Tube มีค่าเป็น  $0.2 \text{ mm}^2$

อย่างไรก็ตาม ผลของค่าความเค้นเฉือนที่ผนังในทุกกรณีมีค่าต่ำกว่า  $0.5 \text{ Pa}$  ซึ่งเป็นค่าที่ส่งผลกระทบต่อการทำงานของ Endothelial Cell (Bernard, et al., 2003, pp. 991-998) อันจะเป็นสาเหตุของการเกิดการกลับมาตีบ นอกจากนี้ผลลัพธ์ที่ได้ยังตรงกับที่ (Koskinas, et al., 2012, pp. 1337-1349) ได้สรุปไว้ว่า ขดลวดหน้าตัดสี่เหลี่ยมก่อให้เกิดการไหลแยกหลัง Strut ของขดลวด ดังนั้นจึงส่งผลให้ค่าความเค้นเฉือนที่ผนังต่ำ

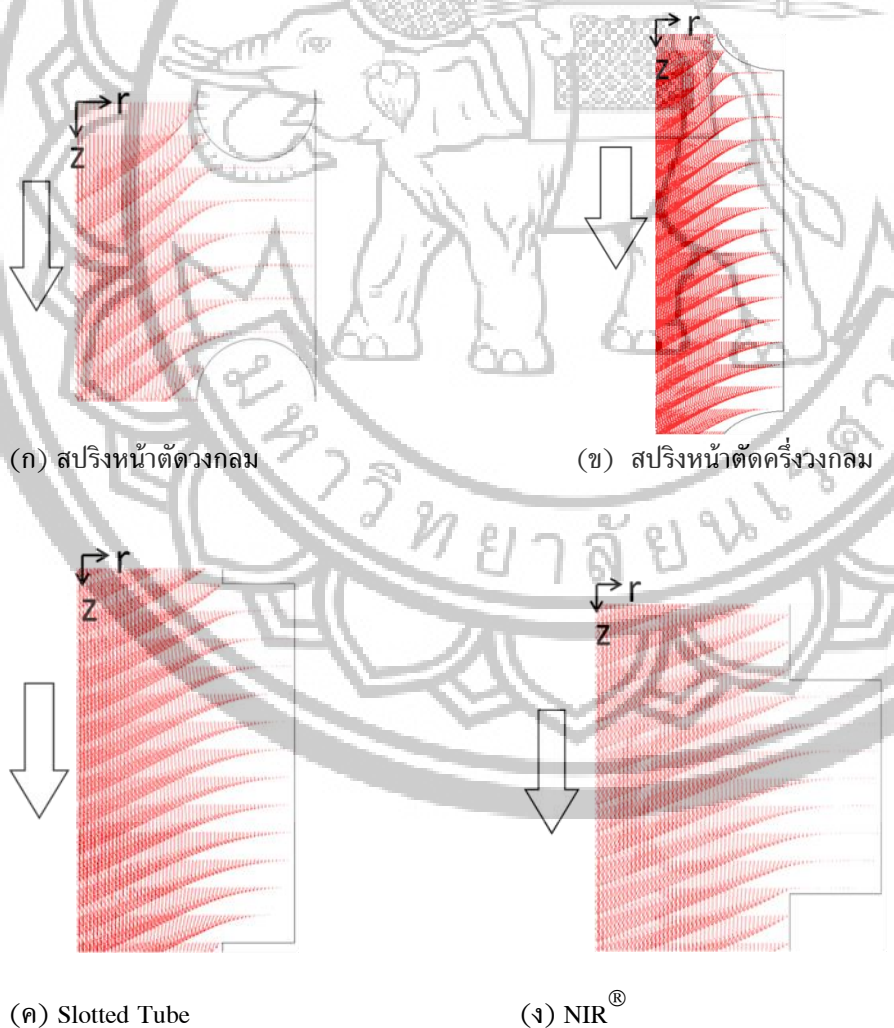
หรือ  $r/R = 0$  จนถึงระยะ  $r/R \approx 0.3$  ทุกกรณีให้ความเร็วไร้หน่วยที่ใกล้เคียงกัน และตั้งแต่  $r/R \approx 0.3$  จนถึงผนังหลอดเลือดหรือ  $r/R = 1$  ความแตกต่างจึงเริ่มปรากฏ โดยขดลวดสปริงที่มีหน้าตัดวงกลมให้ความเร็วที่ลดลงอย่างรวดเร็วที่สุด รองลงมาเป็นขดลวดสปริงหน้าตัดครึ่งวงกลม แบบ Slotted Tube และแบบ

NIR® ตามลำดับ จากรูปที่ 14 การไหลผ่านขดลวดทุกกรณีพบ Back Flow เกิดขึ้นภายในพิทช์ แต่เนื่องจากความโค้งของหน้าตัดวงกลมของสปริงในรูปที่ 14(ก) จึงอาจทำให้การไหลเข้าไม่ถึง นอกจากนี้เมื่อพิจารณา

อัตราส่วนของความหนาและความกว้างของลวดดังแสดงในตารางที่ 1 พบว่ามีค่าค่อนข้างมากจึงพบการแยกการไหลและการไหลย้อนหลัง Strut ของขดลวดแต่ละแบบ



รูปที่ 13 โปรไฟล์ความเร็วไร้หน่วยเฉลี่ยในพิทช์สุดท้ายของขดลวด



รูปที่ 14 โปรไฟล์ความเร็วที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในพิทช์ของขดลวดสวนหัวใจชนิด



## สรุปผลการทดลอง

1. จากการศึกษาลักษณะการไหลของเลือดผ่านหลอดเลือดโดยอาศัยกระบวนการทางไฟไนท์เอลิเมนต์โดยใช้แบบจำลอง 3 แบบ ได้แก่ Newtonian, Carreau-Yasuda และ Casson เมื่อนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกันพบว่าโปรไฟล์ความเร็วที่บริเวณกลางท่อแบบจำลอง Casson มีลักษณะแบนกว่าแบบจำลอง Carreau-Yasuda และ Newtonian นอกจากนี้ เมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองทั้งสามกับผลการทดลองการไหลของเลือดที่ได้จากวรรณกรรมของ (Bernard, et al., 2003, pp. 991-998) พบว่า Casson ให้ผลที่ใกล้เคียงกับการทดลองมากกว่าอีกสองแบบจำลอง โดยเฉพาะอย่างยิ่งบริเวณใกล้กึ่งกลางท่อ หรือบริเวณของ Bulk Flow เนื่องมาจากแบบจำลอง Casson รวมผลของเม็ดเลือดแดงและ hematocrit ไว้ด้วย

2. สำหรับการศึกษาผลกระทบของอัตราการตีบของหลอดเลือดที่มีต่อการไหลของเลือดนั้น เราได้ทำการคำนวณอัตราการตีบที่ 7.61% ถึง 80% พบว่า ที่อัตราการตีบต่ำๆ นั้นการไหลผ่านบริเวณที่ตีบไม่ต่างจากกรณีของหลอดเลือดที่ไม่ตีบเท่าไรนัก อย่างไรก็ตาม ที่อัตราการตีบ 50% ขึ้นไปนั้น พบว่าเกิดการไหลแยก (Flow Separation) และการไหลย้อน (Back Flow) เป็นเหตุให้การไหลมีลักษณะหมุนวนอย่างชัดเจน

3. การไหลผ่านหลอดเลือดที่ใส่ขดลวด โดยพิจารณาขดลวด 4 แบบ ได้แก่ สปริงหน้าตัดวงกลม สปริงหน้าตัดครึ่งวงกลม Slotted Tube และ NIR® ซึ่งสองแบบหลังมีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า และมีอัตราส่วนของความหนาและความกว้างของลวดเป็น 1, 0.5, 0.2 และ 1 ตามลำดับ พบว่าในทุกแบบเกิดการแยกการไหลและการไหลแยกกระหว่าง Strut ของขดลวดซึ่งให้แนวโน้มของค่าความเค้นเฉือนที่มีค่าน้อยๆ ส่งผลให้อาจเกิดการกลับมามีตีบได้อีก กล่าวคือ ทำให้ความเข้มข้นของเกล็ดเลือดสูงขึ้น และอาจก่อให้เกิดการแข็งตัวของเกล็ดเลือดได้ ดังนั้นวิธีการแก้ไขจึงเป็นการใช้ขดลวดเคลือบยาหรือ Drug-Eluting Stent (DES) แทนขดลวดเปลือย (Bare-Metal Stent) ลดความหนาของขดลวดลงและเพิ่มระยะพิทช์ของขดลวด เพื่อลดการเกิดการไหลแยกหลัง Strut

## กิตติกรรมประกาศ

ผู้แต่งขอขอบพระคุณภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

## เอกสารอ้างอิง

- Amornsamankul, S., Wiwatanapataphee, B., Wu, Y. H., & Lenbury, Y. (2005). Effect of non-Newtonian behaviour of blood on pulsatile flows in stenotic arteries. *J. of Biological and life Sciences*, 1, 42-46.
- Ang, K. C., & Mazumdar, J. N. (1997). Mathematical modeling of Three-dimensional flow through an asymmetric arterial stenosis, *Mathl. Comput. Modelling*, 25, 19-29.
- Banerjee, R. K., Back, L. H., Back, M. R., & Cho, Y. I. (2000). Physiological flow simulation in residual human stenoses after coronary angioplasty. *ASME*, 122, 310-320.
- Ben-Mansour, R., Badr, H. M., Qaiyum Shaik, A., & Maalej, N. (2008). Modeling of pulsatile blood flow in an axisymmetric tube with a moving indentation. *The Arabian Journal for Science and Engineering*, 33, 529-550.
- Bernard, N., Coisene, D., Donal, E., & Perrault, R. (2003). Experimental study of laminar blood flow through an artery treated by a stent implantation: characterization of intra-stent wall shear stress. *J. Biomechanics*, 36, 991-998.



- Boyd, J. Buick, J. M., & Green, S. (2007). Analysis of the Casson and Carreau-Yasuda non-Newtonian blood models in steady and oscillatory flows using the lattice Boltzmann method. *J. Physics of fluid*, 19, 093103.
- Casson, N. (1959). A flow equation for pigment oil suspensions of the printing ink type. *Pergamon Press*, 84-102.
- Fagan, M.J. (1992). *Finite element analysis: theory and practice*. New Jersey: Prentice Hall.
- Gijsen, F. J. H., Van de Vosse, F. N., & Janssen, J. D. (1999). The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: steady flow in a carotid bifurcation model. *J. Biomechanics*, 32, 601-608.
- Holzbecher, E., & Si, H. (2008). *Accuracy tests for COMSOL and Delaunay meshes*. Hannover: n.p.
- Johnston, B. M., Johnston, P. R., Corney, S., & Kilpatrick, D. (2004). Non-Newtonian blood flow in human right coronary arteries; steady state simulations. *J. Biomechanics*, 37, 709-720.
- Kim, S., Cho, Y. I., Hogenau, R. W. N., & Kensey, K. R. (2002). A method of isolating surface tension and yield stress effects in a U-shaped scanning capillary-tube viscometer using a Casson model. *J. Non-Newtonian fluid mechanics*, 103, 205-219.
- Koskinas, K. C., Chatzizisis, Y. S., Antoniadis, A. P., & Giannoglou, G. D., (2012). Role of endothelial shear stress in stent restenosis and thrombosis: pathophysiologic mechanisms and implications for clinical translation. *J. Ame Col Cardio*, 59, 1337-1349.
- Mongrain, R., & Rodés-Cabau, J. (2006). Role of shear stress in atherosclerosis and restenosis after coronary stent implantation. *Rev Esp Cardoil*, 59, 1-4.
- Tang, D., Yang, C., Kobayashi, S., Zheng, J., & Vito, R. P. (2003). Effect of stenosis asymmetry on blood flow and artery compression: A three-dimensional fluid-structure Interaction model. *Annals of biomedical engineering*, 31, 1182-1193.
- Totorean, A. F., Vinatu, V. F., Bernad, S. I., & Susan-Resiga, R. F. (2009). Hemodynamic analysis of the residual stenoses after coronary angioplasty. *Scientific Bulletin of the Politehnica University of Timisoara, Romania*, 54(68), 49-56.
- Yasuda, K., (1979). Investigation of the analogies between viscometric and linear viscoelastic properties of polystyrene fluids. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge: Massachusetts.